

11. évfolyam – Javítási útmutató

1. Oldja meg a következő egyenletet!

$$\log_a 100 = 40 \log_x 10$$

Megoldás:

- Feltétel: $a > 0, a \neq 1$ **1 pont**
 - $\log_a 10^2 = 40 \log_x 10$ **1 pont**
 - $2 \cdot \log_a 10 = 40 \cdot \log_x 10$ **1 pont**
 - $2 \cdot \log_a 10 = 40 \cdot \frac{\log_a 10}{\log_a x}$ **2 pont**
 - $\log_a 10 = 20 \cdot \frac{\log_a 10}{\log_a x}$ **1 pont**
 - $\log_a x = 20 \cdot \frac{\log_a 10}{\log_a 10}$ **2 pont**
 - $\log_a x = 20$ **1 pont**
 - $x = a^{20}$ **1 pont**
- 10 pont**

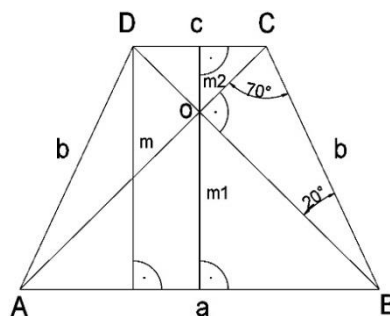
2. Három pozitív szám számtani közepe a . A négyzetük számtani közepe b . Számítsa ki a három számból alkotható kéttényezős szorzatok számtani közepét!

Megoldás:

- $\frac{x+y+z}{3} = a \Rightarrow x + y + z = 3a$ **1 pont**
 - $\frac{x^2+y^2+z^2}{3} = b \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 3b$ **1 pont**
 - $\frac{xy+xz+yz}{3} = ?$ **1 pont**
 - $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$ **1 pont**
 - $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz)$ **1 pont**
 - $(3a)^2 = 3b + 2(xy + xz + yz)$ **1 pont**
 - $9a^2 - 3b = 2(xy + xz + yz)$ **1 pont**
 - $3(3a^2 - b) = 2(xy + xz + yz)$ **1 pont**
 - $3a^2 - b = \frac{2(xy + xz + yz)}{3}$ **1 pont**
 - $\frac{xy+xz+yz}{3} = \frac{3a^2 - b}{2}$ **1 pont**
- 10 pont**

3. Egy egyenlőszárú trapéz átlói merőlegesek egymásra. Az átlók a szárakkal 20° és 70° -os szöveget zárnak be. A trapéz magassága m . Mekkora a trapéz területe?

Megoldás:



- Jó ábra. 2 pont
 - az ABO háromszög egyenlőszárú derékszögű háromszög 1 pont
 - $m_1 = \frac{a}{2}$ 1 pont
 - a COD háromszög egyenlőszárú derékszögű háromszög 1 pont
 - $m_2 = \frac{c}{2}$ 1 pont
 - $m = m_1 + m_2 = \frac{a+c}{2}$ 2 pont
 - $T = \frac{a+c}{2} \cdot m = m \cdot m = m^2$ 2 pont
- 10 pont**

4. Mutassa meg, hogy nincs olyan n egész szám, amelyre $\frac{n-6}{15}$ és $\frac{n-5}{24}$ kifejezések értéke egyszerre egész szám lenne!

Megoldás:

- Vizsgáljuk a különbséget! 1 pont
 - $\frac{n-6}{15} - \frac{n-5}{24} = \frac{8(n-6)}{120} - \frac{5(n-5)}{120} = \frac{8n-48-5n+25}{120} = \frac{3n-23}{120}$ 4 pont
 - A nevező osztható 3-mal. 1 pont
 - A számláló nem osztható 3-mal, 1 pont
 - tehát a különbség nem egész. 2 pont
 - Vagyis nincs olyan n egész szám, melyre $\frac{n-6}{15}$ és $\frac{n-5}{24}$ kifejezések értéke egyszerre egész szám. 1 pont
- 10 pont**

5. Xéni és Ivett felírnak egy – egy lapra egy 50-nél nem nagyobb pozitív egész számot. Mi a valószínűsége, hogy Xéni nagyobb számot írt, mint Ivett?

Megoldás:

- Az összes eset: $50 \cdot 50 = 2500$ **3 pont**
 - Kedvező eset:
 - 50 esetben lehet a két szám egyenlő. **1 pont**
 - A fennmaradó 2450 felében a Xénié, felében az Ivetté a nagyobb. **2 pont**
 - $2450:2 = 1225$ **1 pont**
 - $P(A) = \frac{1225}{2500} = \frac{49}{100}$ **3 pont**
- 10 pont**